

Inverse Jiles-Atherton Vector Hysteresis Model を用いた磁場解析

亀有 昭久*,阿波根 明
(サイエンスソリューションズ)

静止器・回転機合同研究会

2008. 9. 19、大分

はじめに

■ 有限要素法による非線形磁場解析の現状

- 辺要素法、A- ϕ 法、ICCG法、Newton-Raphson法
- ε_{CG} 法、Line search法→安定高速化
- B-H(初期磁化)曲線
- 二次元異方性、積層均質化

■ ヒステリシス&異方性の解析

- 解析法は? 従来手法は適用可能? 計算時間、容量?
- Feasibility? 後処理による損失解析と比較して.
- Inverse Jiles-Atherton Vector Hysteresis Model を適用して考察

Inverse Jiles-Atherton Vector Hysteresis Model

- Jiles-Atherton Modelのベクトル化、 $B \rightarrow H$ 化
- 磁性体の特徴的なベクトルヒステリシスが取り扱える.
- dH/dB (ヤコビ行列)が定式より導ける.
→Newton-Raphson法が適用しやすい.
- Local memory (現時点の B, H より将来が決定される)のため、マイナーループの表現は難しい.

Inverse Jiles-Atherton Vector Hysteresis Model

- An hysteretic magnetization(Langevin function)

$$\mathbf{M}_{an} = M_s \left[\coth \frac{|\mathbf{H}_e|}{a_x} - \frac{a_x}{|\mathbf{H}_e|} \right] \frac{\mathbf{H}_e}{|\mathbf{H}_e|}$$

$$\mathbf{H}_e = \mathbf{H} + \alpha \mathbf{M}$$

$$\vec{\chi}_f = \ddot{k}^{-1} (\mathbf{M}_{an} - \mathbf{M})$$

$$d\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0} \left[1 + \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} \vec{\chi}_f (1 - \alpha) + \ddot{c} \ddot{\xi} (1 - \alpha) \right]^{-1} \cdot \left[\vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} \vec{\chi}_f + \ddot{c} \ddot{\xi} \right] d\mathbf{B}$$

$$(\vec{\chi}_f \cdot d\mathbf{H}_e) \leq 0$$

$$d\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0} \left[1 + \ddot{c} \ddot{\xi} (1 - \alpha) \right]^{-1} \cdot [\ddot{c} \ddot{\xi}] d\mathbf{B}$$

$$\ddot{\xi} = \begin{bmatrix} \frac{dM_{anx}}{dH_{ex}} & 0 \\ 0 & \frac{dM_{any}}{dH_{ey}} \end{bmatrix}$$

Inverse Jiles-Atherton Vector Hysteresis Model

■ 同定パラメータ (一方向5パラメータ)

対角テンソル

$$\ddot{k}, \ddot{c}, \ddot{\alpha}$$

An hysteretic magnetization

$$M_{sx}, M_{sy}, a_x, a_y$$

■ 計算フロー

$$\mathbf{B}(t), \mathbf{H}(t)$$



$$d\mathbf{M}$$



$$\mathbf{M}(t+dt) = \mathbf{M}(t) + d\mathbf{M}$$

$$\mathbf{B}(t+dt) = \mathbf{B}(t) + d\mathbf{B}$$

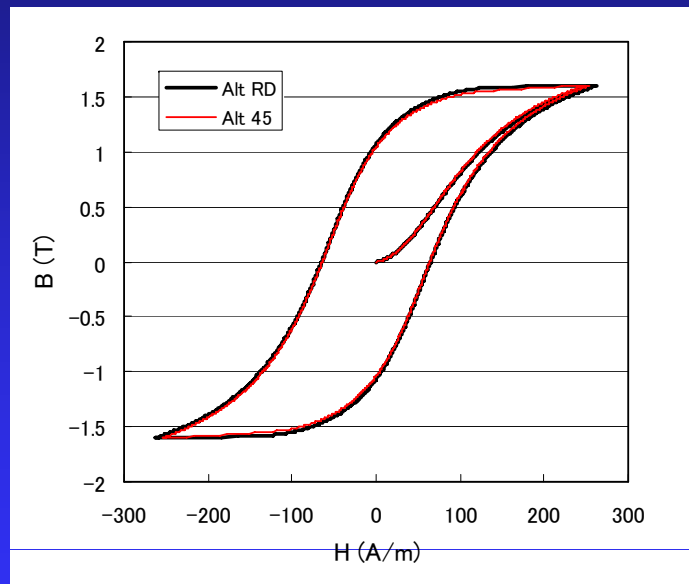
$$\mathbf{H}(t+dt) = \mathbf{B}(t+dt) / \mu_0 -$$

$$\mathbf{M}(t+dt)$$

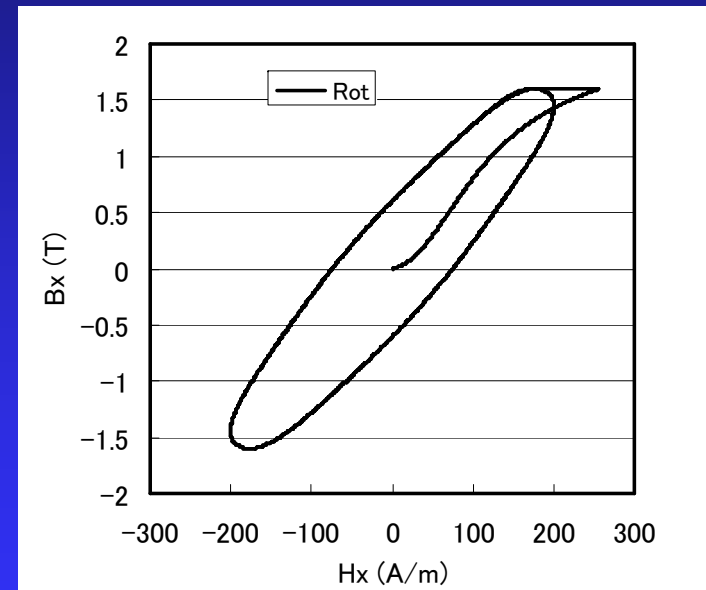
$$d\mathbf{H}/d\mathbf{B} = 1/\mu_0 - d\mathbf{M}/d\mathbf{B}$$

Inverse Jiles-Atherton Vector Hysteresis Model (等方性)

一方向励磁



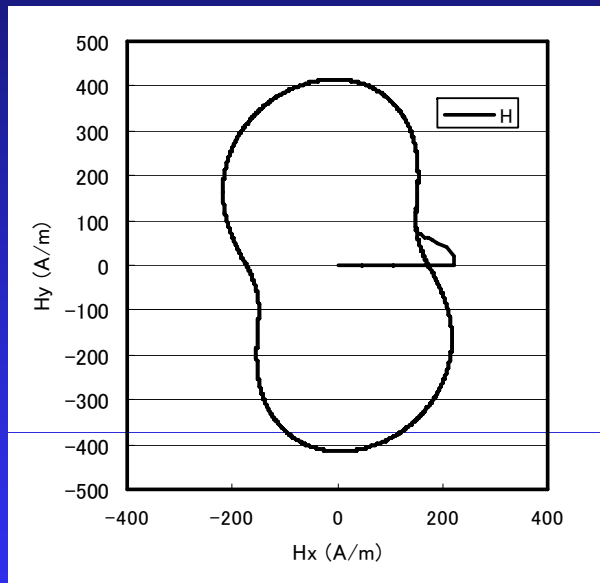
円回転励磁



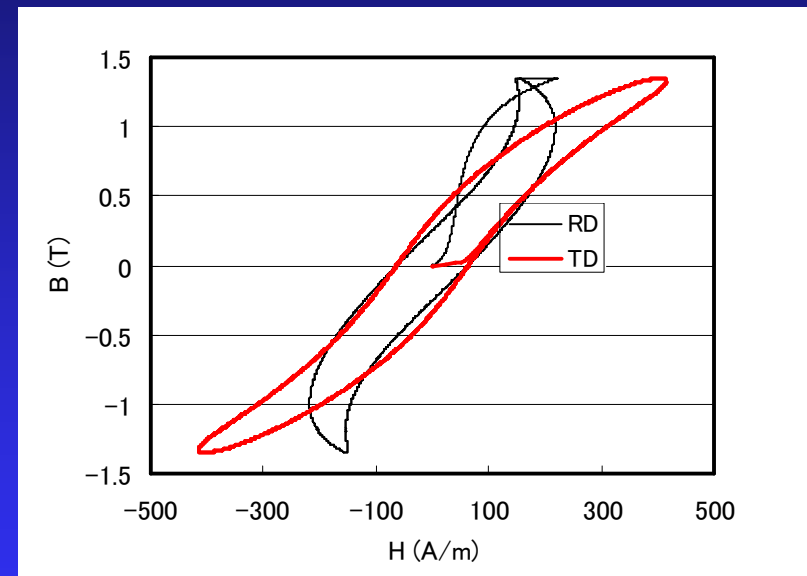
$$M_s = 1.67 \times 10^6 (\text{A/m}), \quad k = 82.00 (\text{A/m}), \quad c = 0.10, \quad a = 50.00 (\text{A/m}), \quad \alpha = 49.07 \times 10^{-6}$$

Inverse Jiles-Atherton Vector Hysteresis Model (異方性、円回転励磁)

Hループ

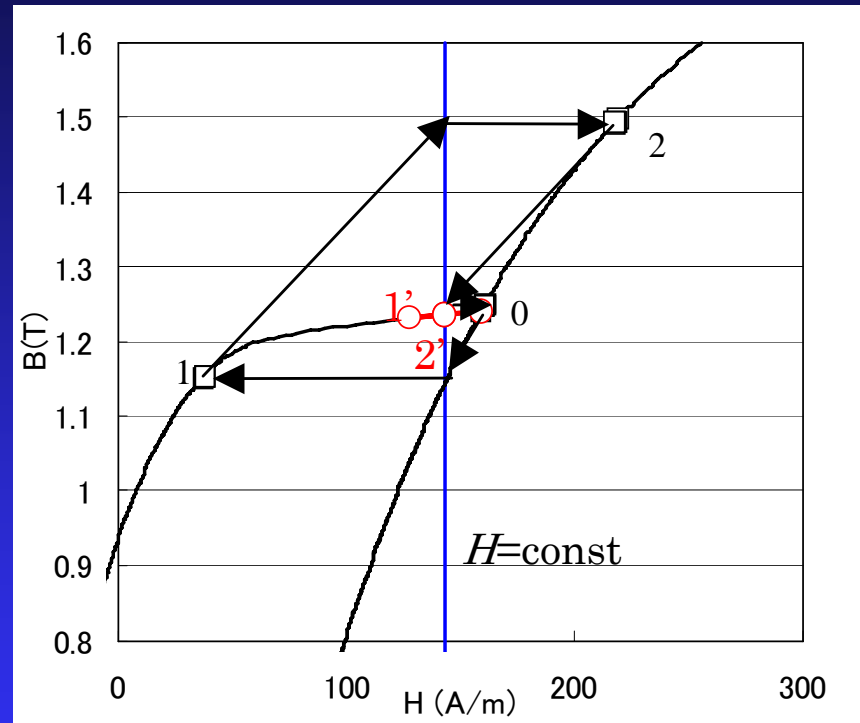


各方向B-Hループ



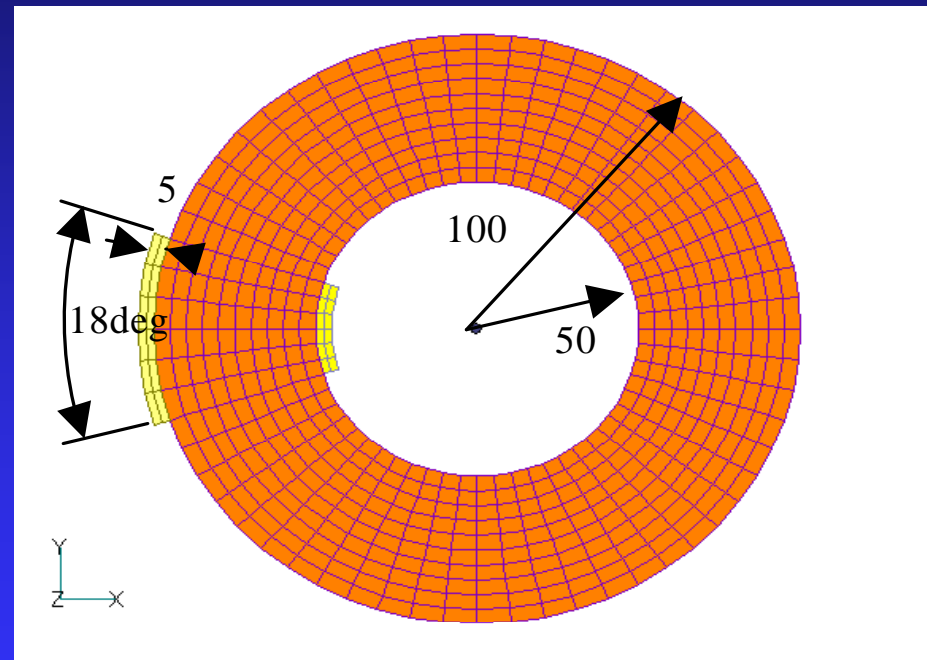
x 方向 : $M_s=1.39 \times 10^6$ (A/m), $k=77.51$ (A/m), $c=0.19222$, $a=84.96$ (A/m), $\alpha=218.22 \times 10^{-6}$
 y 方向 : $M_s=1.40 \times 10^6$ (A/m), $k=72.14$ (A/m), $c=0.13334$, $a=144.56$ (A/m), $\alpha=206.66 \times 10^{-6}$

ニュートン・ラフソン法の収束



- ラインサーチ法が必須
- 行列は非対称 → LDU分解つきBiCGStab法

テスト解析（リングモデル）

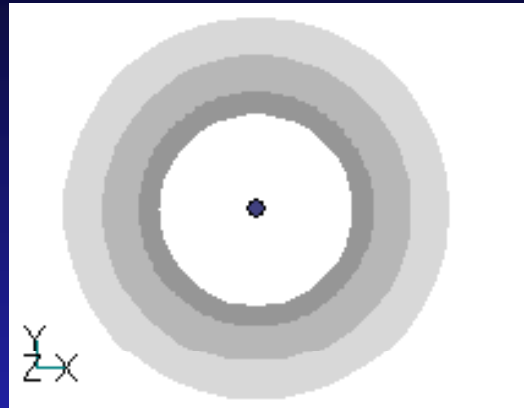


反磁界が小さい

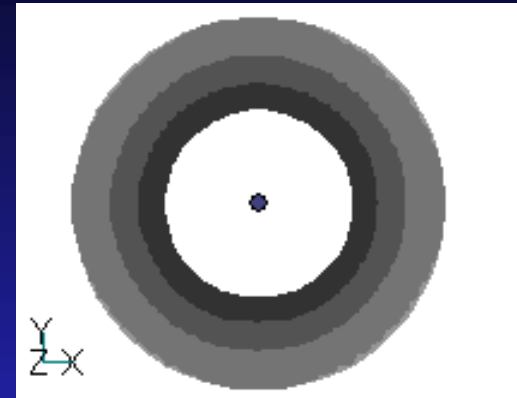
→磁気特性
が特徴的に
現れる

図6 異方性解析検証モデル (unit:mm)

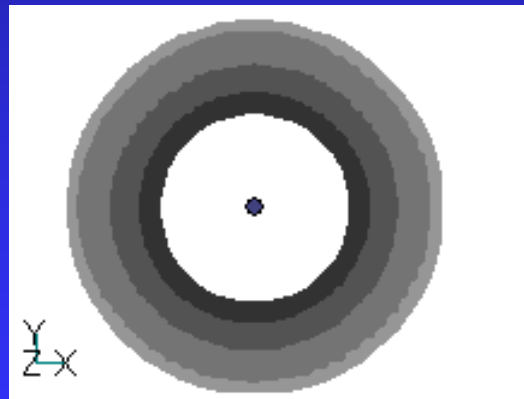
等方性



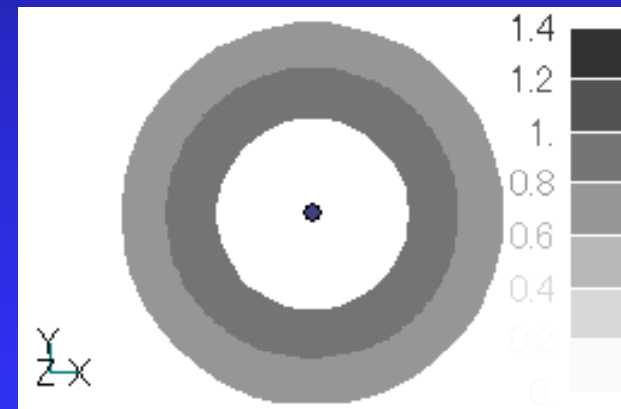
(a) 2.5AT (increasing)



(b) 5AT (peak)



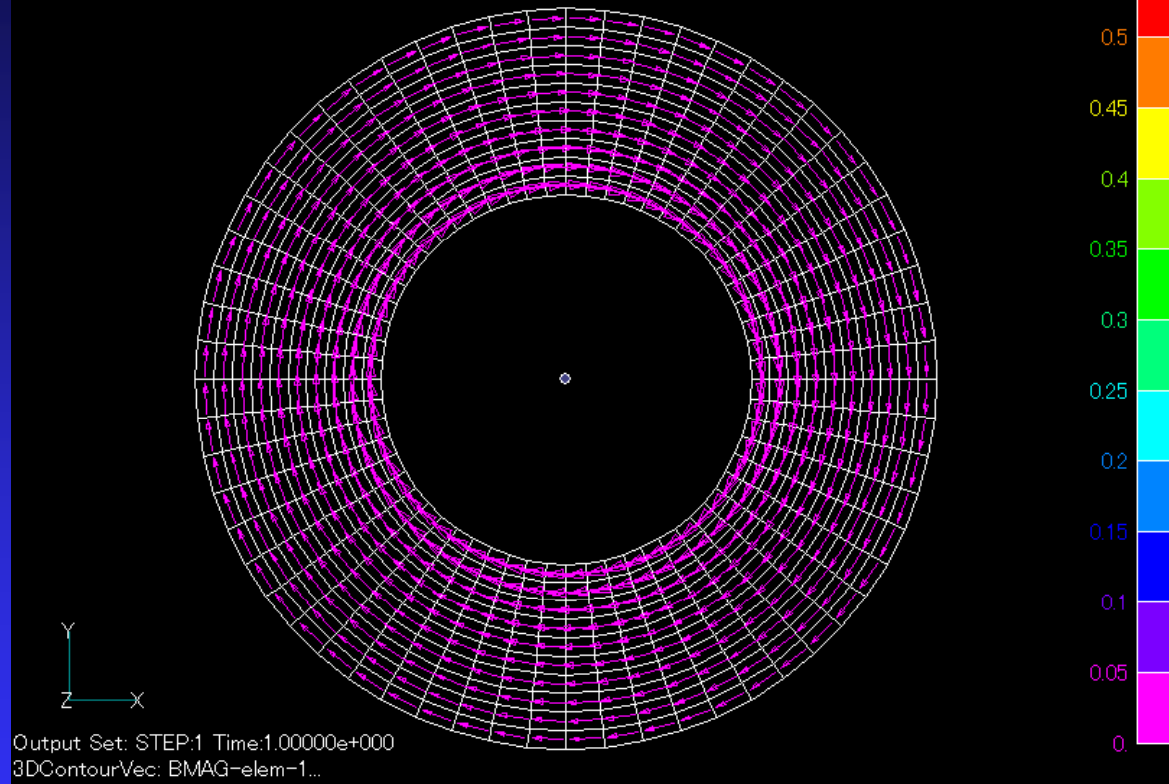
(c) 2.5AT(decreasing)



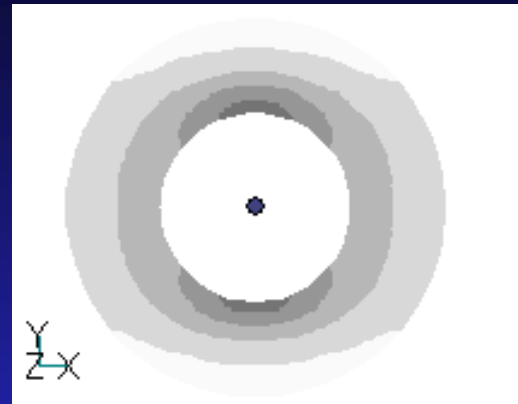
(d) 0AT

図7 等方性ヒステリシスを持つリングモデルにおける磁束密度分布

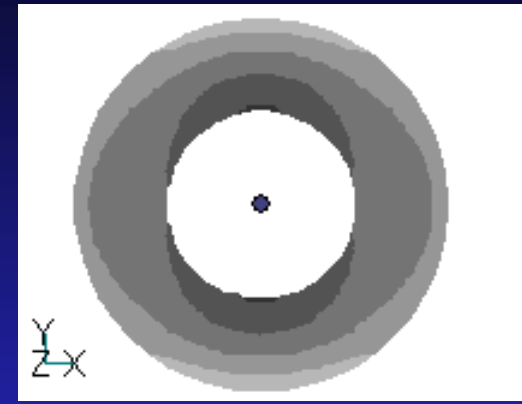
V1
G1



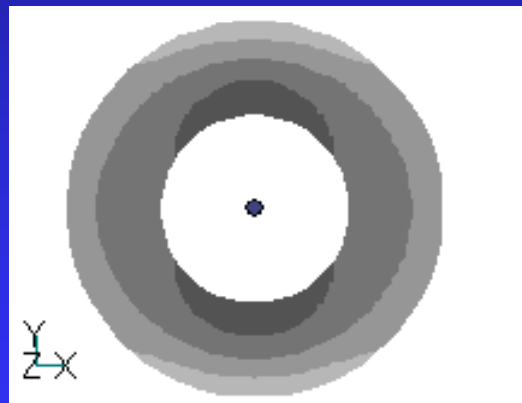
異方性



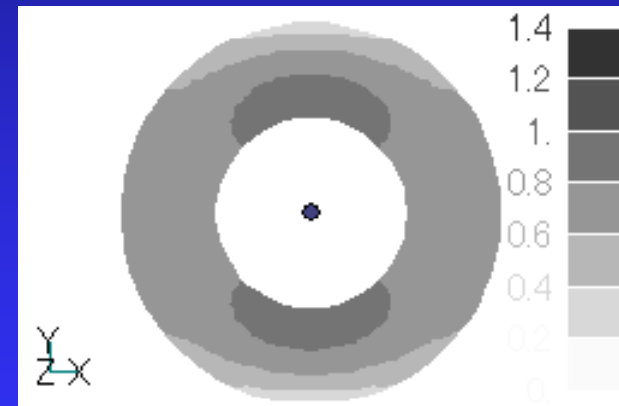
(a) 2.5AT (increasing)



(b) 5AT (peak)



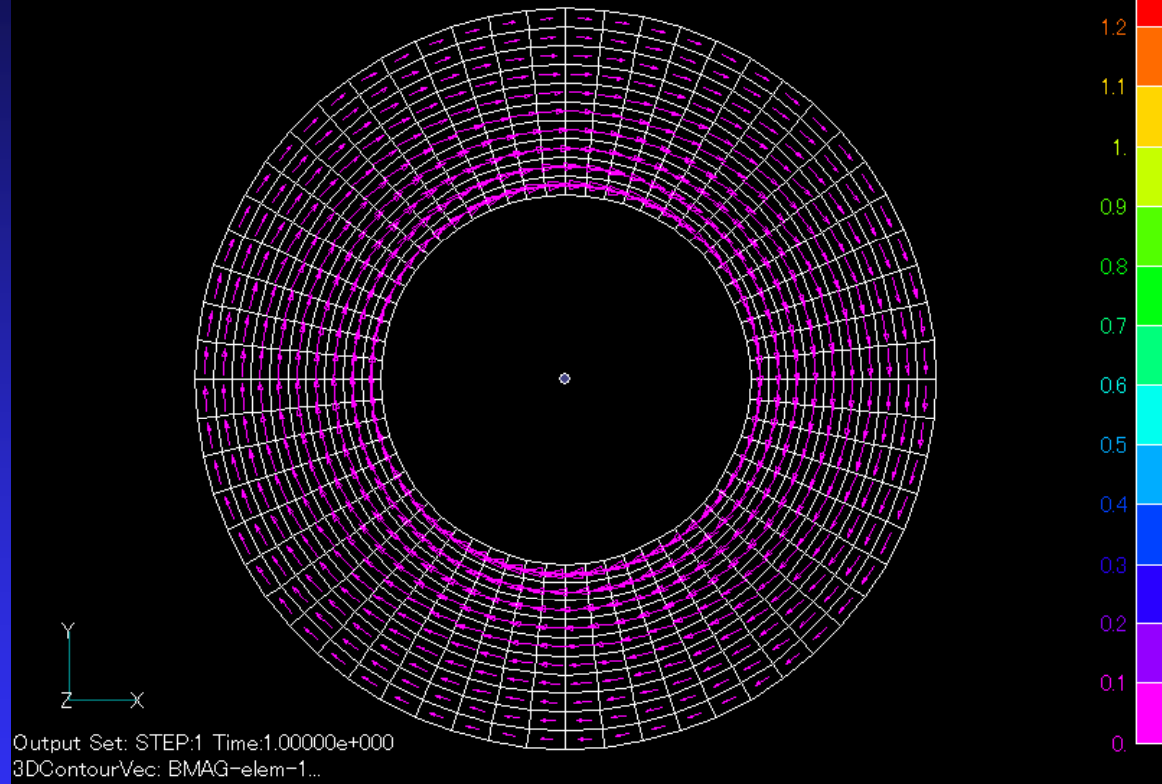
(c) 2.5AT (decreasing)



(d) 0AT

図8 異方性ヒステリシスを持つリングモデルにおける磁束密度分布

V1
G1



コギングトルクの解析 (ブラシレスサーボモータ)

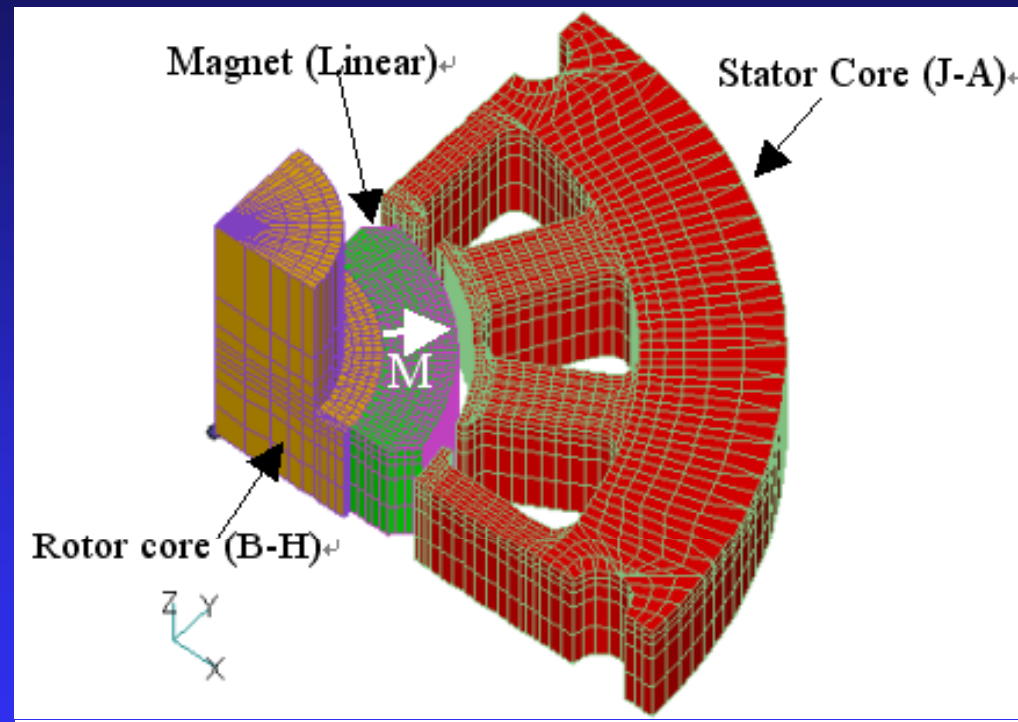


図9 電気学会検証用モデル
(ブラシレスサーボモータ)

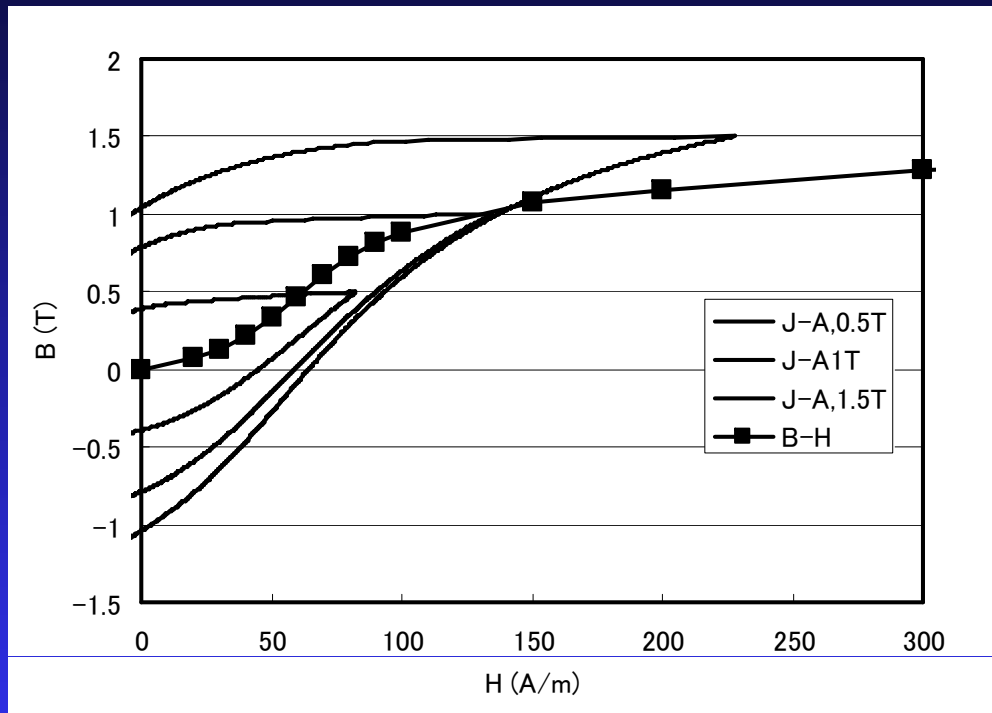
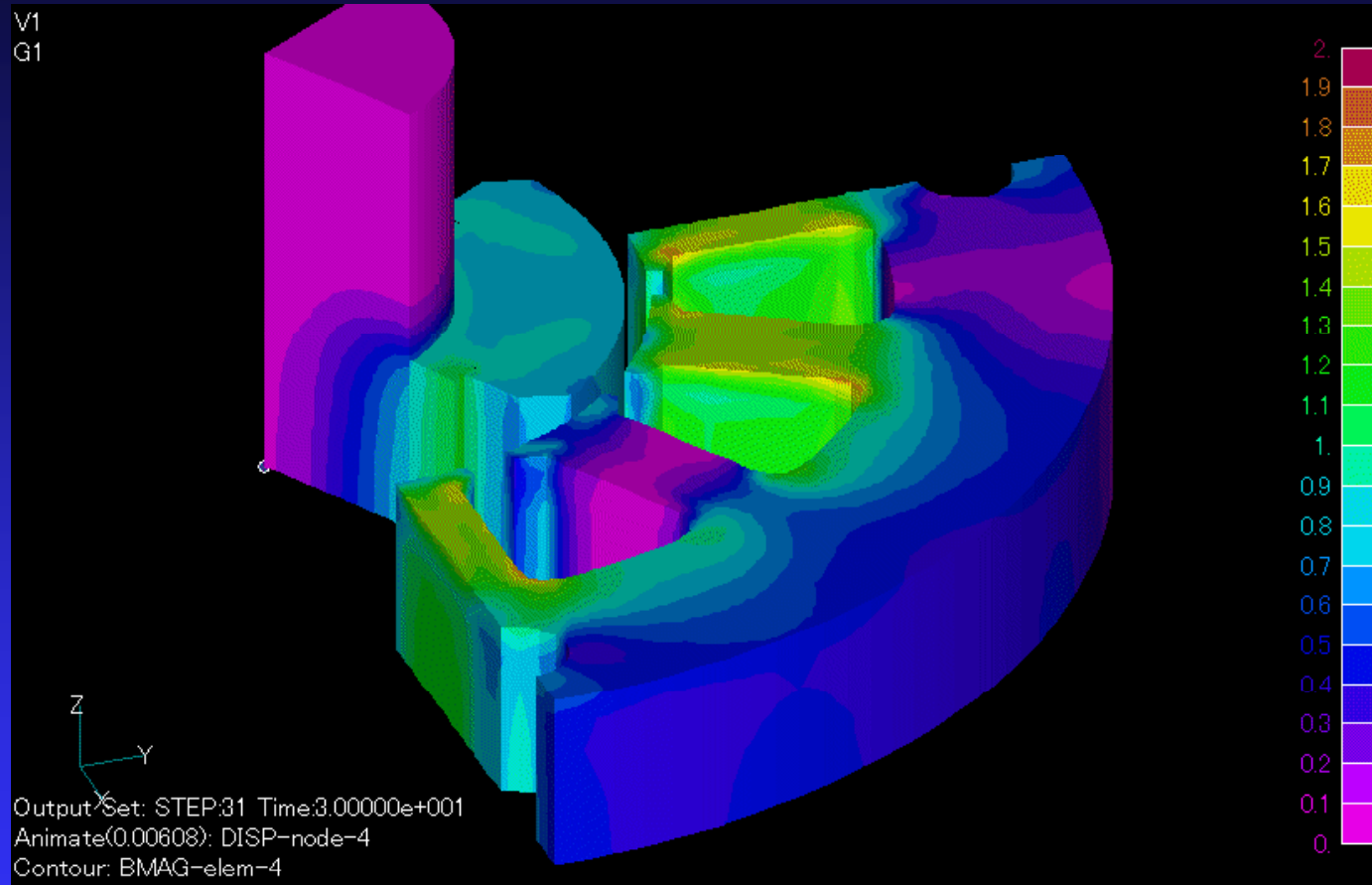
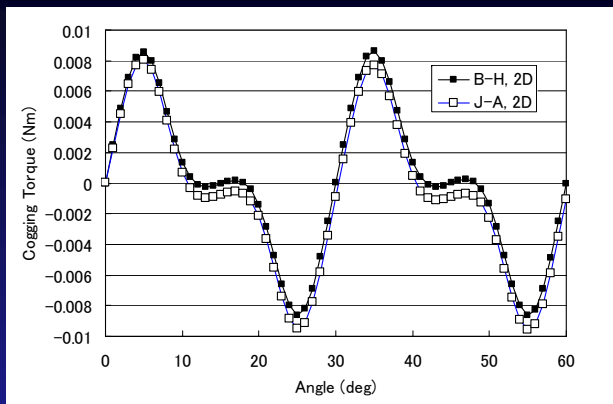


図10 ヒステリシスループとB-H曲線

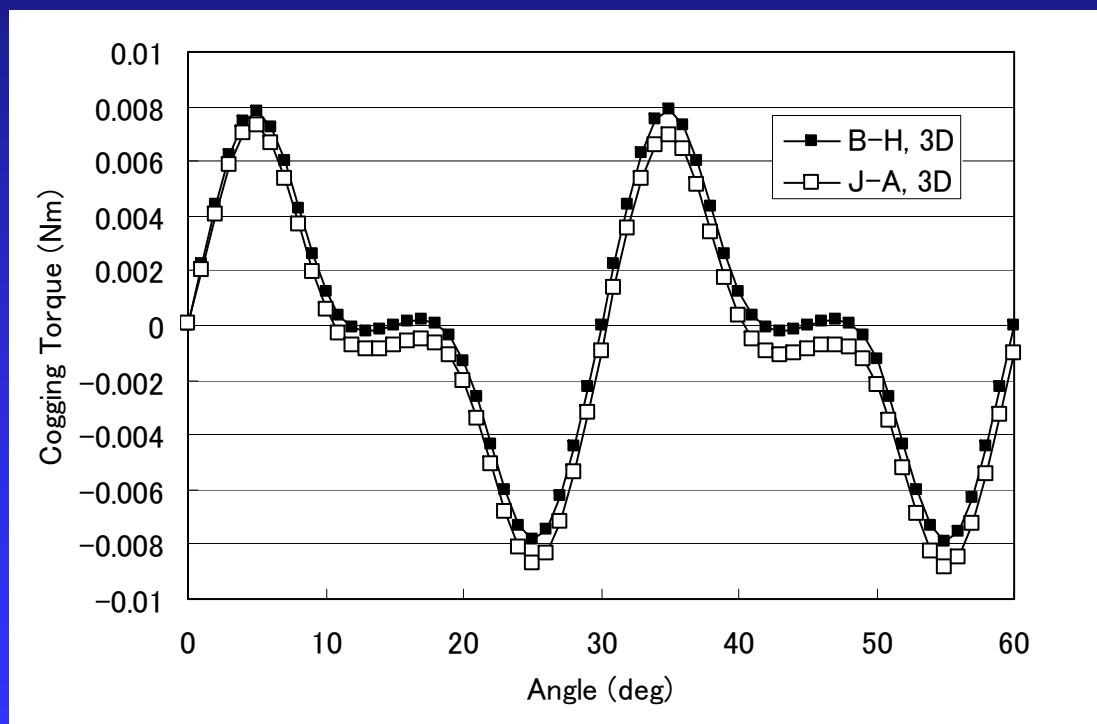


$\mu_{rZ} = 10 \rightarrow$ 表面に磁場が集中 \rightarrow 均質化が必要



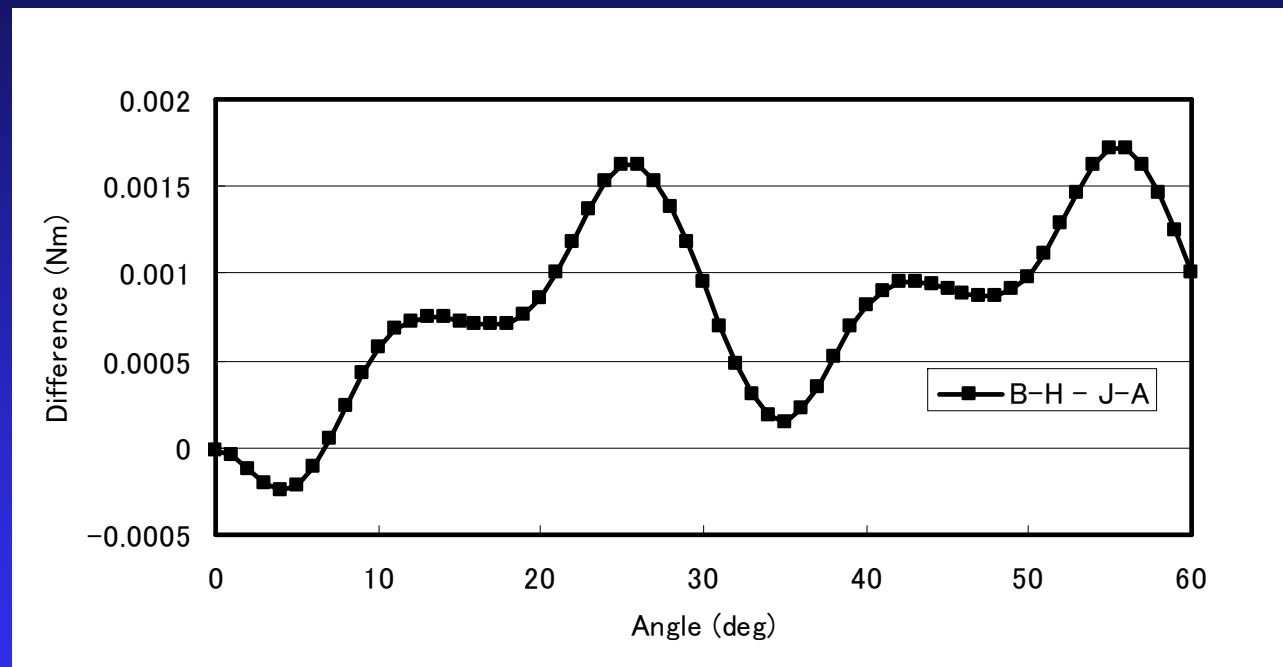
2-D

3-D



トルクが負側にずれる→ヒステリシス損

Difference(B-H – J-A)



平均トルクの差 $9.3 \times 10^{-4} \text{Nm}$ → 損失

$0.6 \times 10^{-3} \text{Nm}$ 程度(8%) のコギングトルクの差

表1 ブラシレスサーボモータ解析における解析諸量

Model	Jiles-Atherton	B-H
Matrix	Asymmetric	Symmetric
Number of elements	32,150	
Number of nonlinear elements	7,235	
Number of Jiles-Atherton elements	4,935	-
Number of nodes	58,905	
Number of unknowns	87,493	
Number of non_zeros	1,412,385	
Linear Solver	Bi-CG Stab	ICCG
Newton-Raphson iterations	203 (3.3)	188(3.1)
CG iterations	15299(250)	17410(285)
CPU time (sec)	1314.6(21.6)	799.5(13.1)
Used core (Mbyte)	84.8	60.1

61step(/step)

解析容量 $J-A = B-H + \text{non_zeros} \times 2$
 $+ 6(H, B, dB) \times N_e$

異方性ヒステリシス解析の標準化

■ヒステリシスモデル（微分形）

$$dH = \frac{dH(B)}{dB} dB \quad \text{or} \quad dH = \left(\frac{dB(H)}{dH} \right)^{-1} dB$$

- 履歴を表すパラメータ
- 分岐がある

■Newton-Raphson法による有限要素磁場解析

$$\int_{\Omega} N \cdot \left(H + \frac{dH}{dB} dB \right) + \dots = 0$$

- 非対称行列
- ラインサーチ法が必要

プレイモデル

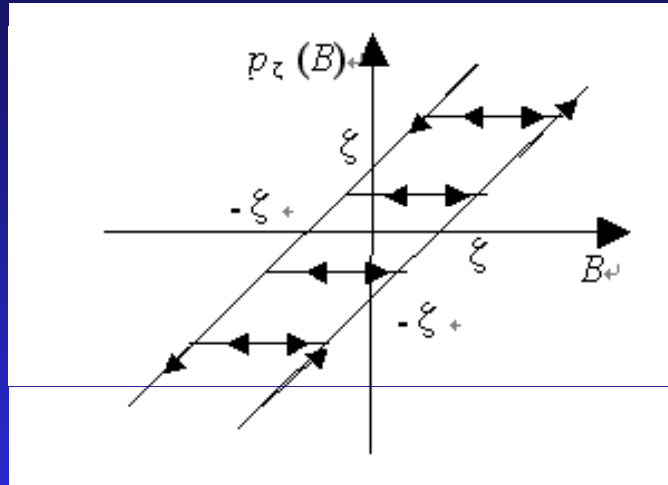


図12 プレイヒステロン作用素

$$\frac{dp_\zeta}{dB} = 0, \quad \text{for } B - \zeta < p_\zeta^0 < B + \zeta$$

$$\frac{dp_\zeta}{dB} = 1, \quad \text{for } p_\zeta^0 = B + \zeta, dB > 0 \text{ or } p_\zeta^0 = B - \zeta, dB < 0$$

まとめ

- Inverse Jiles-Atherton Vector Hysteresis Modelを用いた
二次元ベクトルヒステリシス磁場解析
 - ◆ 初期磁場曲線を使った解析に対して2倍以下の
解析負荷.
 - ◆ ヒステリシスモデル
 - 履歴を表すパラメータ(一組/一要素)
 - 分岐のある微分形で表現
 - ◆ 有限要素磁場解析
 - 非対称ソルバー、ラインサーチ付きNewton-Raphson法
 - ◆ 精度向上に有用な解析
 - 着磁・減磁過程、モータトルク波形、……?