

低周波印加磁界による 誘導電流解析

阿波根 明*, 貝森 弘行, 亀有 昭久
(サイエンス ソリューションズ)

最近の動向

人体防護指針

ICNIRP(国際非電離放射線防護委員会)のガイドライン
参考文献[1]

IEEE規格 参考文献[2]

WHO : "Extremely Low Frequency Fields", Environmental Health
Criteria Monograph No.238 (2007)

電気学会調査専門委員会

電磁界による体内誘導電界・電流調査専門委員会(2003.4～2006.3)

不均一および過渡的な電磁界による体内誘導量評価技術調査
専門委員会(2006.7～)

数値人体モデルの各種解析手法

インピーダンス法

差分法, 回路網方程式, 未知変数は電流

SPFD法 (スカラポテンシャル有限差分法)

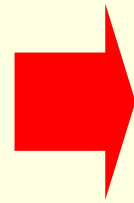
差分法, 未知変数は電気スカラポテンシャル

表面電荷法 (+FMM)

有限要素法

低周波印加磁界中の基礎方程式(1)

- ・低周波印加磁界
- ・人体は非磁性，低導電率



誘導電界による二次的な磁界は印加磁界に比べて無視できる程小さい

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}_s}{\partial t}$$

$$\mathbf{B}_s = \nabla \times \mathbf{A}_s$$



$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}_s}{\partial t} - \nabla \phi$$

\mathbf{E} : 誘導電界

\mathbf{B}_s : 外部から印加された磁束密度

\mathbf{A}_s : \mathbf{B}_s から定義される

磁気ベクトルポテンシャル(ソース)

ϕ : 電気スカラポテンシャル

低周波印加磁界中の基礎方程式(2)

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}_s}{\partial t} - \nabla \phi$$

\mathbf{E} : 誘導電界

\mathbf{A}_s : 外部から印加された

磁気ベクトルポテンシャル(ソース)

ϕ : 電気スカラーポテンシャル

σ : 導電率

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad \text{オームの法則}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad \text{電流の連続式}$$



基礎方程式

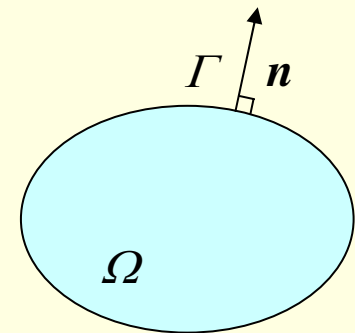
$$-\nabla \cdot \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}_s}{\partial t} + \nabla \phi \right) = 0$$

in Ω

境界条件

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = 0$$

on Γ



渦電流解析における有限要素法との比較

	本手法	渦電流解析法
基礎方程式	$-\nabla \cdot \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}_s}{\partial t} + \nabla \phi \right) = 0$	$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi \right) = \mathbf{J}_s$ $-\nabla \cdot \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi \right) = 0$
未知変数	ϕ	\mathbf{A}, ϕ
解析領域	人体	人体(+周辺の空気, コイル)

磁気ベクトルポテンシャルの求め方

1. 直接ポテンシャルを計算する方法

- ・ゲージ固定が必要
- ・計算時間が増大

$$A_S = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}}{r} dv \quad A_S = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\mathbf{M} \times \mathbf{r}}{r^3} dv$$

2. 有限要素法で計算する方法

$$\nabla \times (\nu \nabla \times A_S) = \mathbf{J}_S$$

- ・解析領域は, 人体(+コイル, 周辺の空気)
- ・本手法の人体解析よりも大規模解析

時間微分の取り扱い

$$-\nabla \cdot \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}_S}{\partial t} + \nabla \phi \right) = 0$$

1. 時間差分する方法

$$\frac{\partial \mathbf{A}_S^{t+\Delta t/2}}{\partial t} = \frac{\mathbf{A}_S^{t+\Delta t} - \mathbf{A}_S^t}{\Delta t}$$

- ・汎用的
- ・各時刻でポテンシャルを計算
- ・中央差分では、ポテンシャルと誘導電流の時刻は一致しない
- ・運動コイル, 非線形磁性体

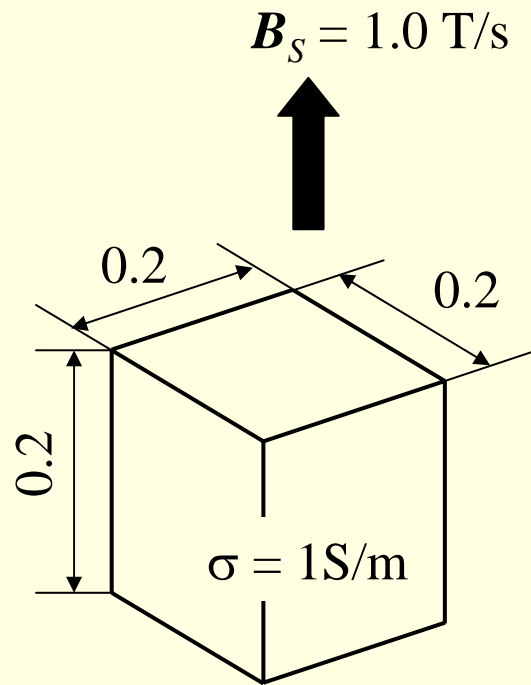
2. 直接微分値を計算する方法

$$\mathbf{A}_S(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t)$$

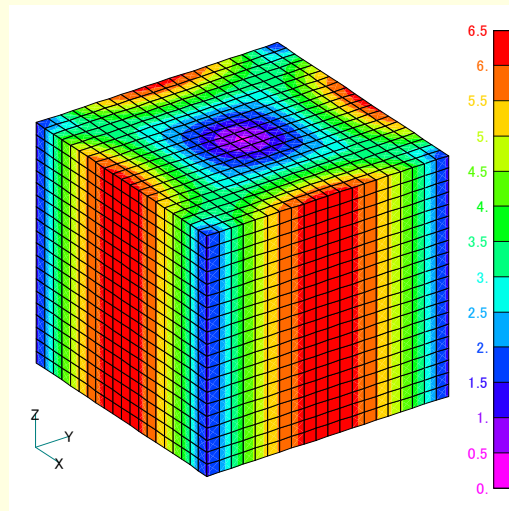
$$\frac{\partial \mathbf{A}_S(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \sum_i \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t}$$

- ・ポテンシャルの時刻歴が既知の場合
- ・1点計算のみ
- ・ポテンシャルと誘導電流の時刻は一致
- ・ひとつ, または複数の静止コイル

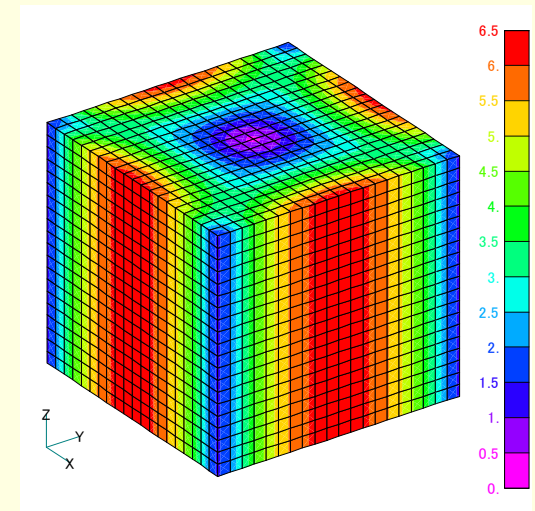
一様磁界中に置かれた角柱モデル(1)



解析モデル



渦電流解析法



本手法

誘導電流密度分布

20 × 20 × 20分割

一様磁界中に置かれた角柱モデル(2)

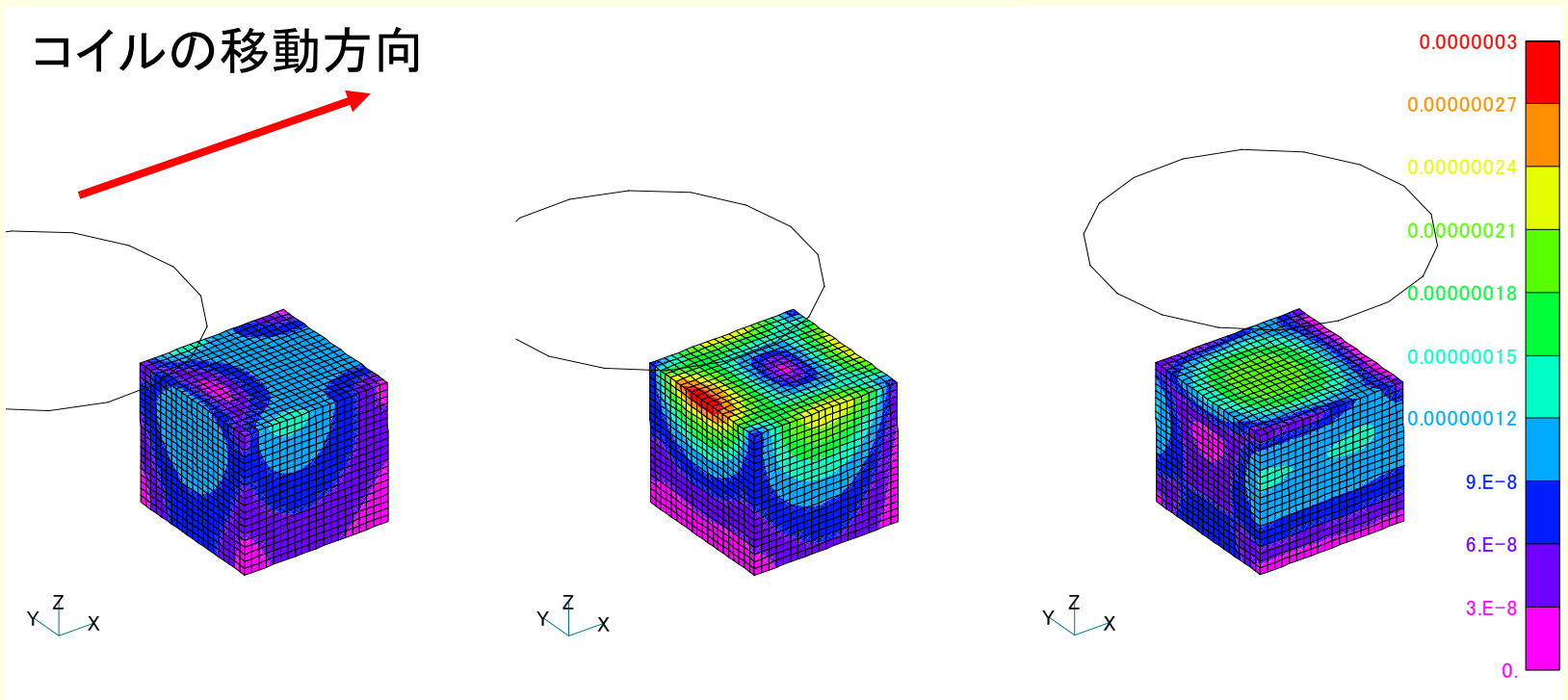
8000要素で計算したときの計算時間, 記憶容量

	従来法	本手法
計算時間(秒)	8.5	3.1
計算機記憶容量(MB)	30.9	6.8

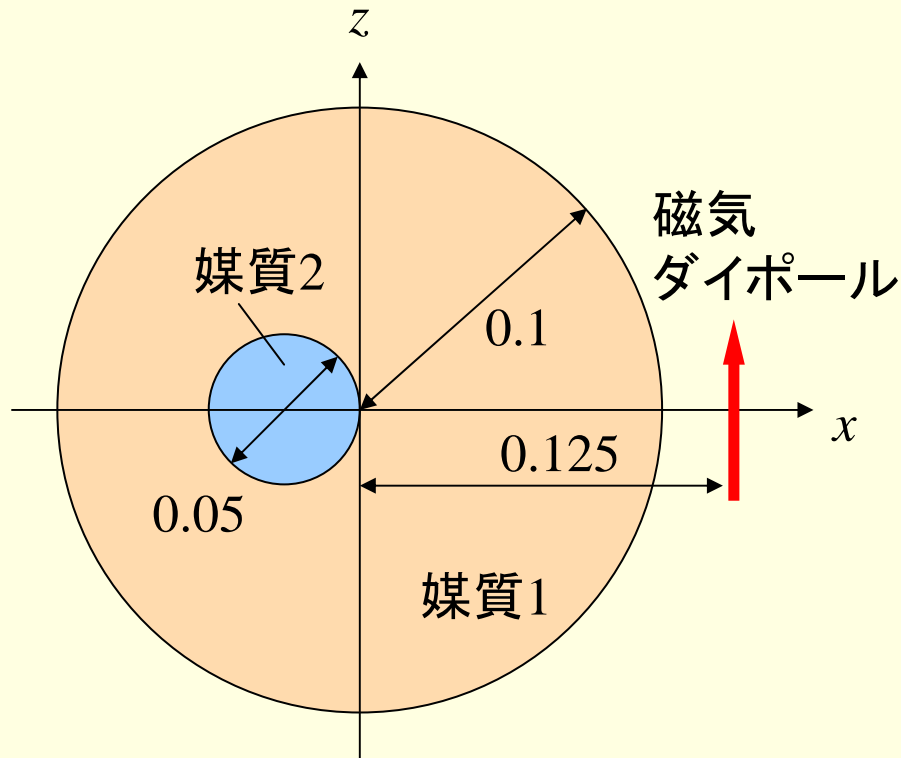
計算機の記憶容量限界の要素数と計算時間

	従来法	本手法
要素数	531,441	2,460,375
計算時間(秒)	1,541	1,863

移動するコイルと角柱モデル



球モデル(1)



モデル概略図

媒質1の導電率 $\sigma_1 = 0.2 \text{ S/m}$

媒質2の導電率 $\sigma_2 = 0, 0.2, 2.0 \text{ S/m}$

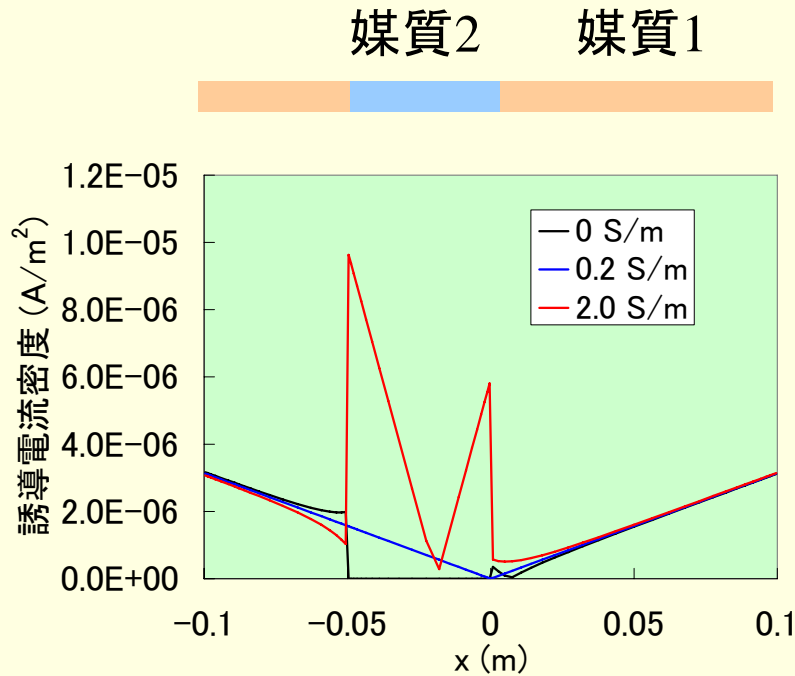
印加磁界

・ $1\mu\text{T}$, 50Hz 一様磁界

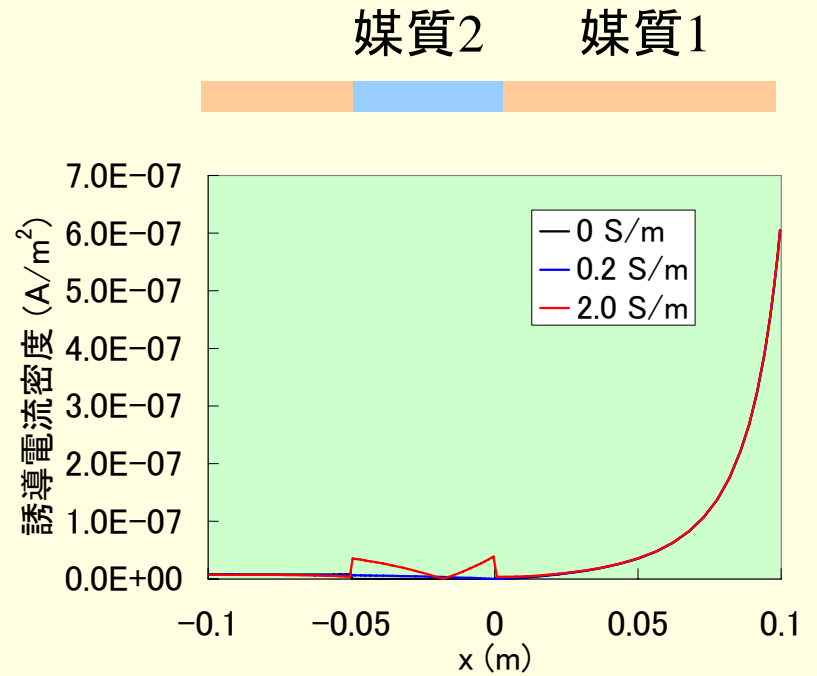
または

・球最近傍端が $1\mu\text{T}$, 50Hz の
磁気ダイポール

球モデル(2)



一様磁界



磁気ダイポール

誘導電流密度

球モデル(3)

一様磁界を印加したときの最大電流密度

解析手法	セルサイズ (mm)	最大渦電流密度($\mu\text{A}/\text{m}^2$)			
		$\sigma_2(\text{S}/\text{m})$	0	0.2	2.0
解析解 ^a			3.170	3.142	9.768
SPFD法 ^b	10		3.213	3.188	11.380
	5		3.393	3.371	11.425
	2.5		3.584	3.537	11.868
インピーダンス法 ^b	10		3.459	3.430	8.239
	5		3.864	3.815	9.453
	2.5		3.986	3.937	10.440
表面電荷法+FMM			3.181	3.142	9.758
本手法			3.176	3.138	9.639

本手法を除き, 計算結果は全て電気学会技術報告 第1067号

a 技術報告の計算式で再計算, b ボクセルの最大値

球モデル(4)

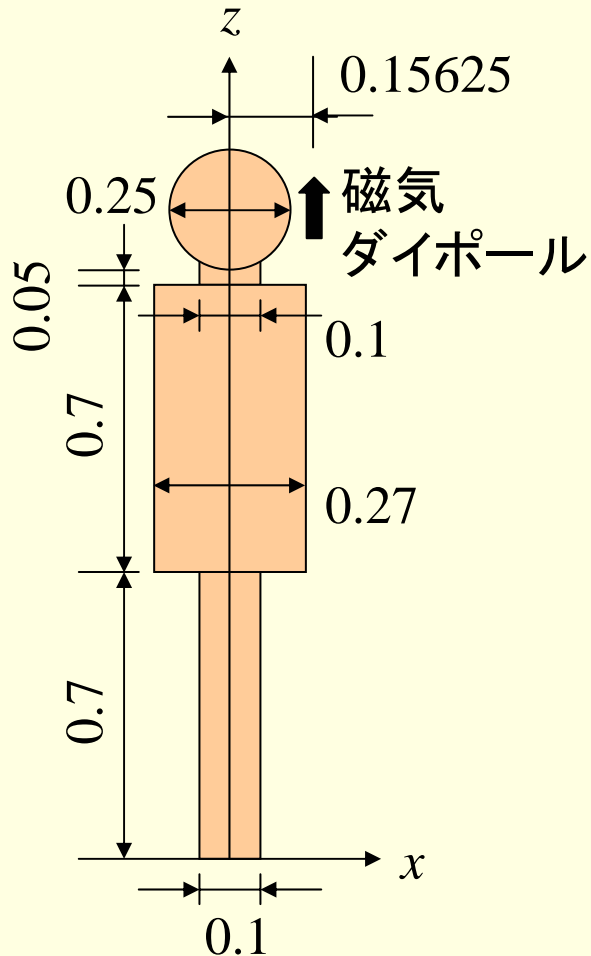
磁気ダイポールで印加したときの最大電流密度

解析手法	セルサイズ (mm)	最大渦電流密度($\mu\text{A}/\text{m}^2$)			
		$\sigma_2(\text{S}/\text{m})$	0	0.2	2.0
解析解 ^a			-	0.6283	-
SPFD法 ^b	10		-	0.3730	-
	5		-	0.4922	-
	2.5		-	0.5614	-
インピーダンス法 ^b	10	0.4036	0.4209	0.4017	
	5	0.5062	0.5056	0.5045	
	2.5	0.5676	0.5671	0.5662	
表面電荷法+FMM		0.6288	0.6283	0.6275	
本手法		0.6126	0.6127	0.6128	

本手法を除き, 計算結果は全て電気学会技術報告 第1067号

a 技術報告の計算式で再計算, b ボクセルの最大値

簡易人体モデル(1)



モデル概略図

解析条件

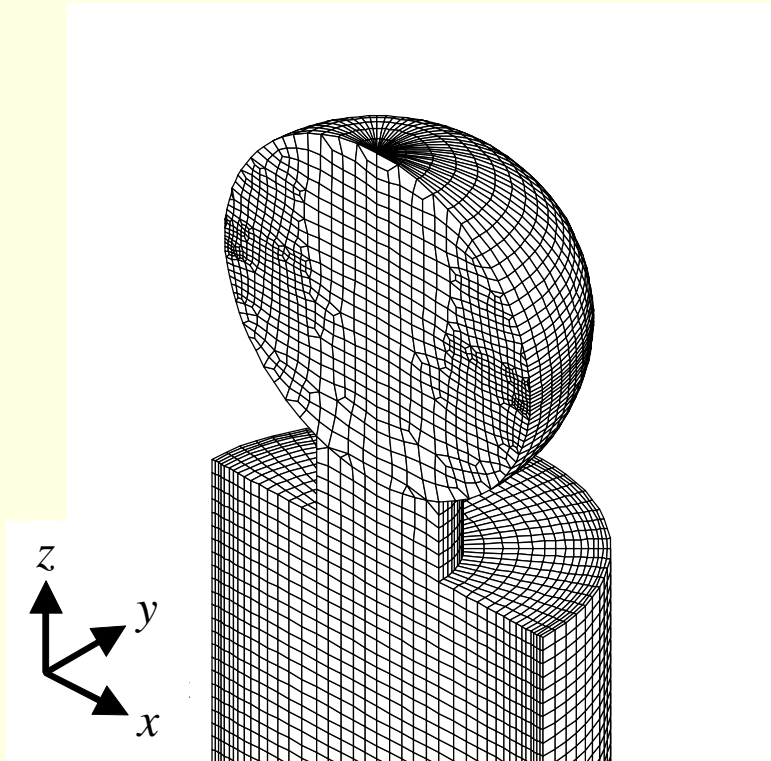
導電率 $\sigma = 0.2 \text{ S/m}$

印加磁界

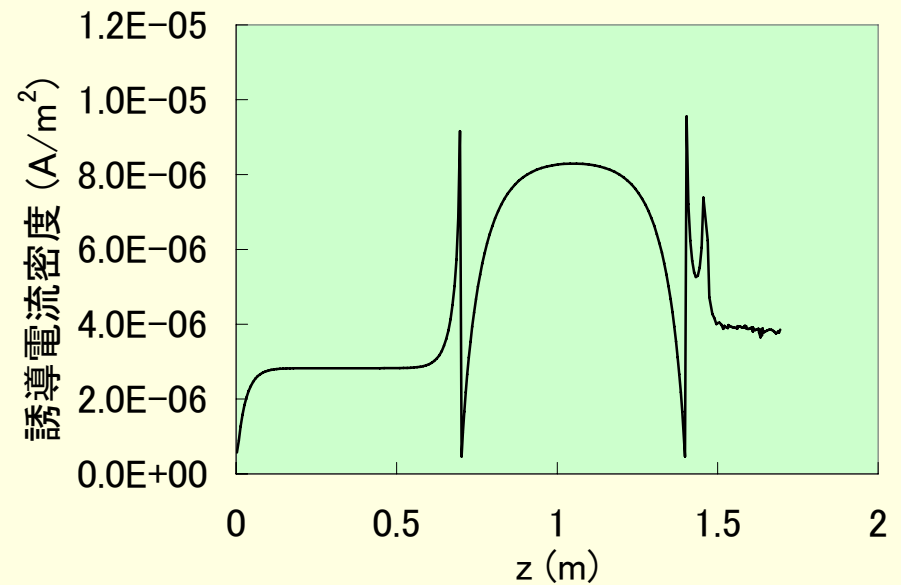
- ・ $1\mu\text{T}$, 50Hz 一様磁界
- または
- ・ 球最近傍端が $1\mu\text{T}$, 50Hz の磁気ダイポール

頭部は球, 首・胴体・脚は円柱

簡易人体モデル(2)

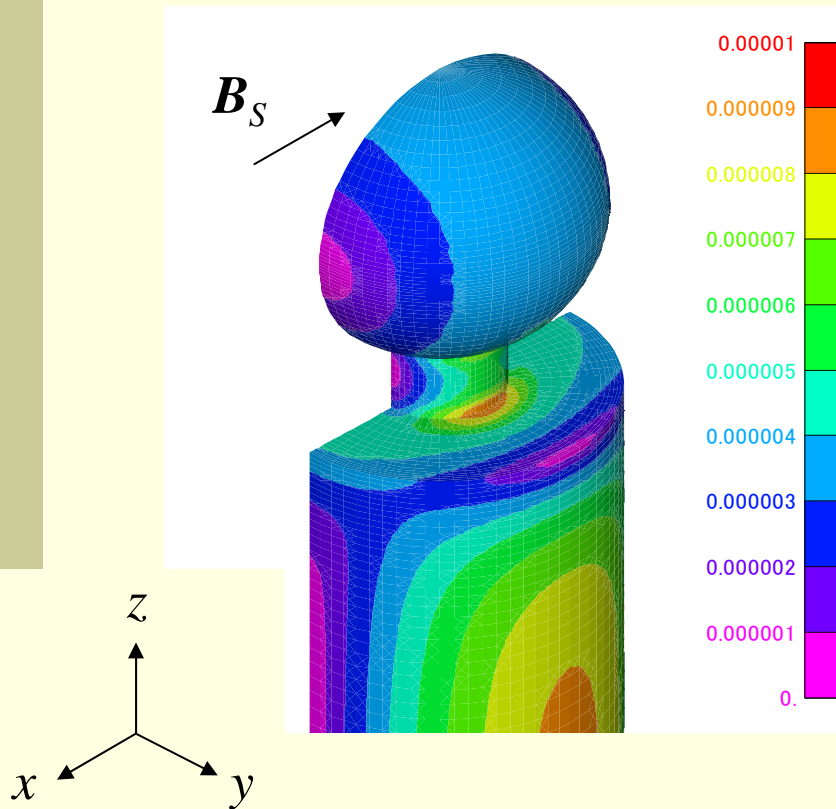


要素分割

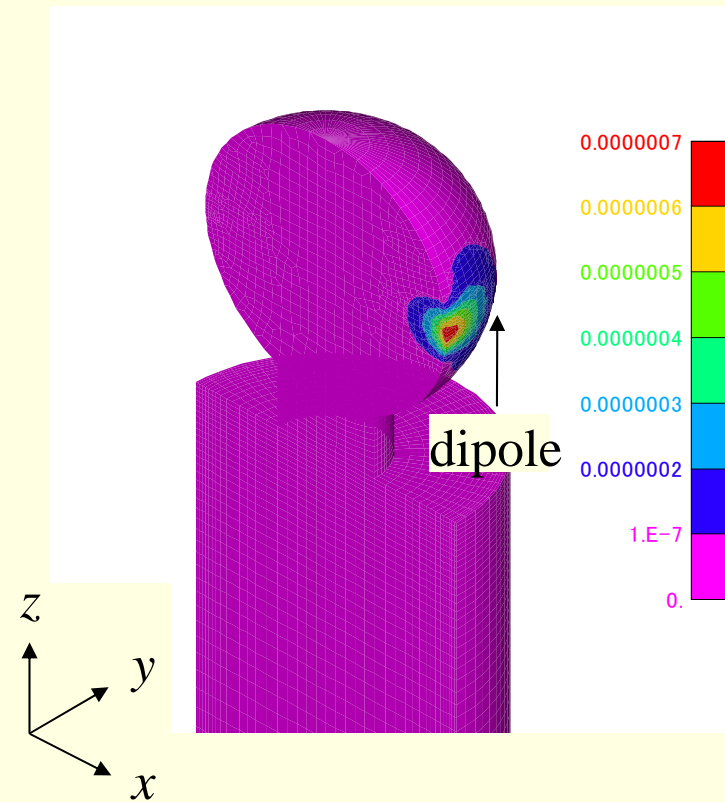


一様磁界を印加したときの
各z座標における誘導電流密度

簡易人体モデル(3)



一様磁界



磁気ダイポール

誘導電流密度分布

簡易人体モデル(4)

磁気ダイポールで印加したときの最大電流密度

解析手法	セルサイズ(mm)	最大渦電流密度($\mu\text{A}/\text{m}^2$)
インピーダンス法 ^a	5	0.6668
	2.5	0.7267
表面電荷法+FMM ^b		1.42
本手法	約10	0.6901

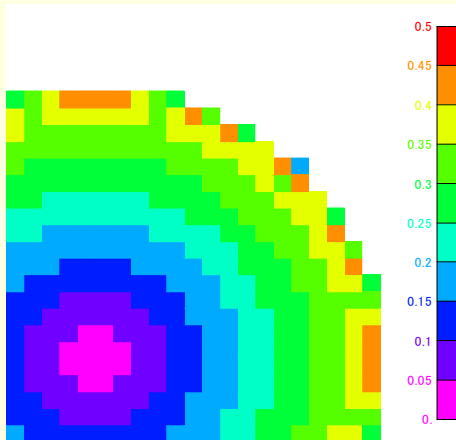
本手法を除き, 計算結果は全て電気学会技術報告 第1067号

a ボクセルの最大値 b 頭部球のみ

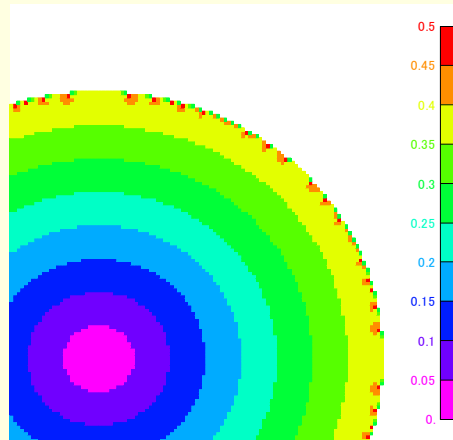
一様磁界を印加したときの最大電流密度

9.5507 $\mu\text{A}/\text{m}^2$

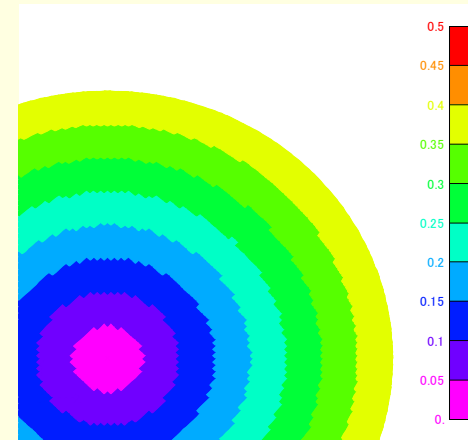
解析上の問題点



$L = 50\text{mm}$, ボクセル



$L = 10\text{mm}$, ボクセル



$L = 10\text{mm}$, 六面体

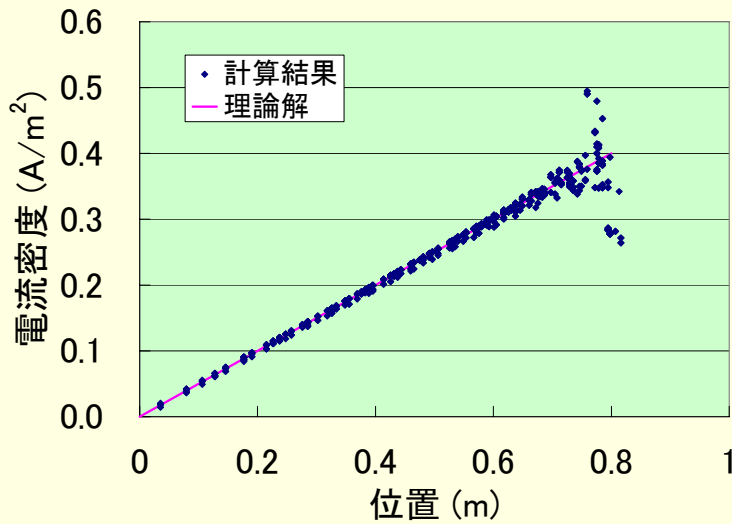
誘導電流密度分布

L : 要素の代表的な長さ

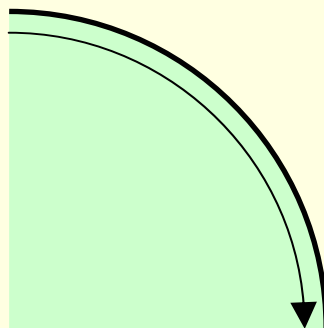
階段近似誤差 (Staircasing Error)

- ・ボクセルで分割した解析では, 最大誘導電流密度が過大評価
- ・分割を細かくしても, 誤差は小さくならない
- ・解析手法に依らない

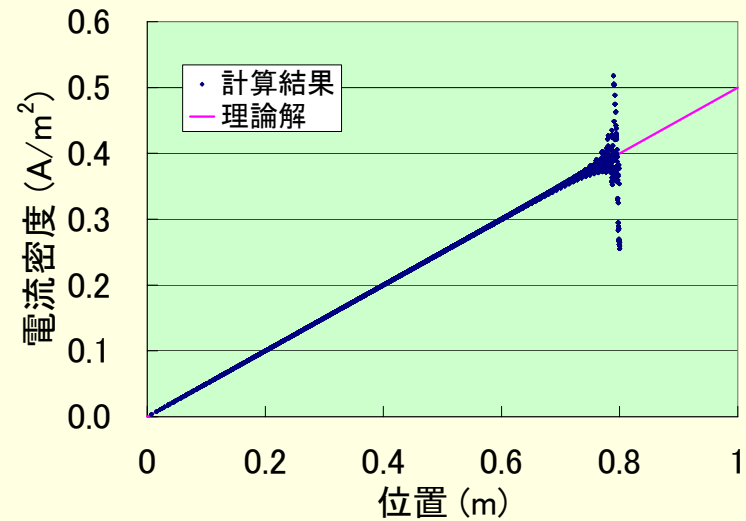
解析上の問題点



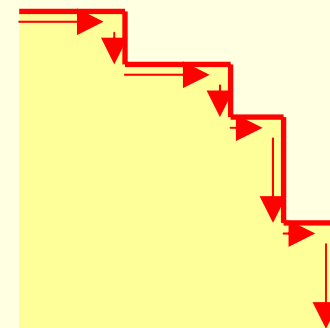
$L = 50\text{mm}$, ボクセル



実際の形状に対する誘導電流



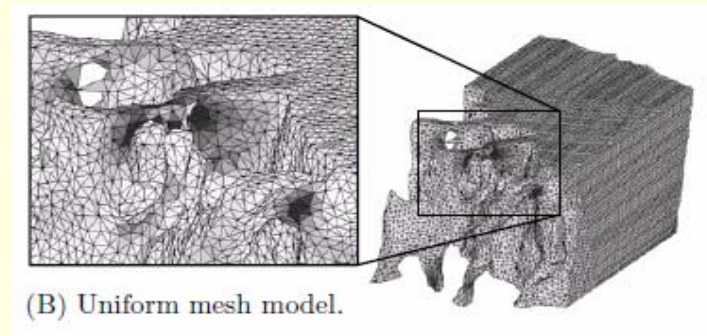
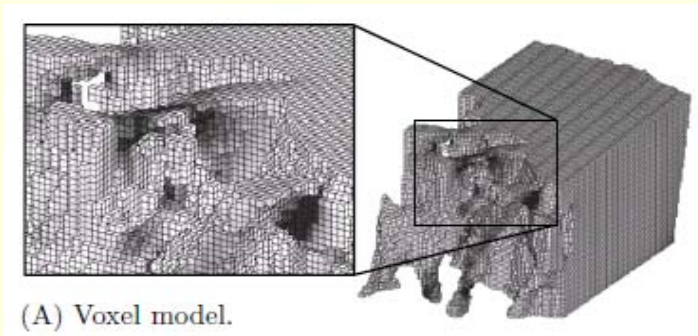
$L = 10\text{mm}$, ボクセル



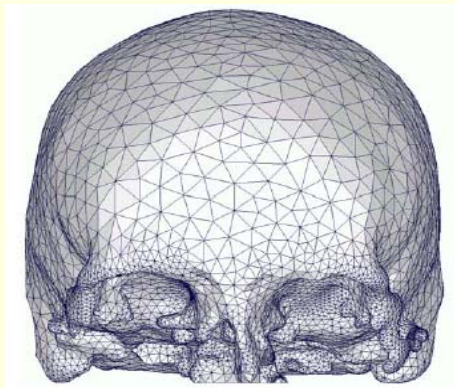
ボクセルモデルに対する誘導電流

問題点の対策 分割方法

ボクセルデータをそのまま分割とせず、できるだけ元の形状で分割する。



小関ら : X線CT画像に基づく骨体の個別別モデリング手法に関する研究(骨形態を考慮した要素分割手法の提案)
日本機械学会論文集 C編, Vol.72, No.717, pp.1470-1477, 2006



伊藤ら : 生医学的応用のための非構造格子生成 第18回数値流体力学シンポジウム(2004)

問題点の対策 補間方法など

ボクセルデータにより得られた結果の精度を改善する

- ・最大電流値として99パーセンタイルを採用
- ・ICNIRPガイドラインに指摘された 1cm^2 平均を計算
- ・周辺のボクセルから補間する方法
- ・以上の組み合わせ

まとめと今後の検討課題

- ・有限要素法を用いた低周波印加磁界における誘導電流解析法を提案した。その結果、従来の渦電流解析法の有限要素法よりも大規模解析を行うことが可能となり、詳細な数値人体モデルを扱うことができる。
- ・しかし、ボクセルデータをメッシュとして計算する場合、依然として階段近似誤差の問題は解決されず、今後の課題である。
- ・今後はベクトルポテンシャルの計算時間を短縮するため、高速多重局展開法などの適用を図る。